

Analyse numérique du processus kitting

Eline De Cuyper, Dieter Fiems

SMACS Research Group, Department TELIN, Université de Gand
{Eline.DeCuyper,Dieter.Fiems}@UGent.be

Mots-clés : *recherche opérationnelle, théorie des files d'attente, systèmes de production.*

1 Introduction

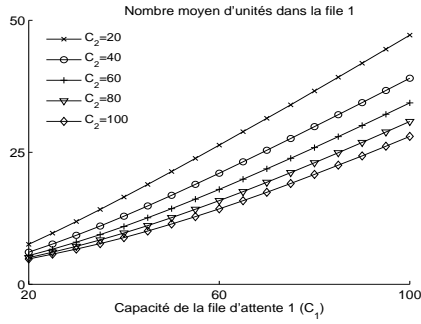
Aujourd'hui, de nombreux systèmes de fabrication livrent des articles personnalisés, conduisant à une plus grande quantité d'unités en mouvement dans l'atelier. Il est par conséquent important d'établir un transport efficace de ces unités entre les différentes étapes du processus de fabrication. Pour faire face à cette exigence, le processus *kitting* est implémenté. Ce processus est une stratégie particulière pour l'approvisionnement d'unités dans une chaîne de montage. Au lieu de rassembler des unités identiques dans un conteneur, kitting recueille les unités nécessaires à la fabrication d'un produit final donné dans un conteneur spécifique, dénommé kit, avant d'arriver à une ligne d'assemblage [2].

Le processus kitting a de nombreux avantages. Tout d'abord l'espace de stockage à la station de montage est réduit puisqu'aucun stock, autre que les kits, ne doit y être conservé. En outre, les unités peuvent être ordonnées dans le conteneur de manière à réduire le temps de montage. Bien que kitting soit une activité sans valeur ajoutée, son application réduit le temps total de montage des unités [2]. En effet, les activités telles que la sélection et la préhension d'unités sont réalisées plus efficacement. De plus, le temps de marche de l'opérateur est considérablement réduit, voire même éliminé, puisque les unités nécessaires pour le montage sont rapportées ensemble à la station [1]. Les avantages mentionnés ci-dessus ont un prix. En effet, l'opération kitting elle-même entraîne des coûts tels que le temps et l'effort à investir dans la planification de la répartition des unités dans des kits et la préparation du kit lui-même. D'autre part, l'introduction d'une opération kitting nécessite un investissement majeur. Par conséquent, il est important d'analyser les performances du processus kitting avant sa mise en place.

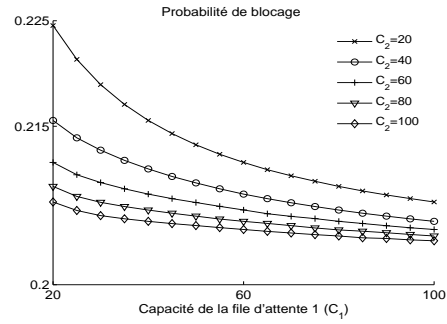
2 Modélisation markovienne et analyse numérique

Nous considérons un processus kitting avec deux files d'attente. Les unités arrivent conformément à un processus de Poisson d'intensité λ_i . Chaque file d'attente a une capacité limitée — C_i représente la capacité de la file d'attente i — et est dédiée à une unité spécifique. Lorsque les deux files d'attente ne sont pas vides, un kit peut être créé. Le temps de montage de kits est distribué de manière exponentielle et à la fin du montage, il y a un départ d'une unité dans chaque file d'attente. À partir des hypothèses données ci-dessus, l'opération kitting peut être modélisée comme une chaîne de Markov en temps continu. L'état à tout moment peut être décrit par le nombre d'unités dans chaque file d'attente. Le symbole $\pi(m, n)$ désigne la probabilité stationnaire de m éléments en file d'attente 1 et n éléments en file d'attente 2. Ces probabilités satisfont les équations de Kolmogorov locales suivantes,

$$\begin{aligned} \pi(m, n)(\lambda_1 \mathbb{1}_{\{m < C_1\}} + \lambda_2 \mathbb{1}_{\{n < C_2\}} + \mu \mathbb{1}_{\{m > 0 \wedge n > 0\}}) = \\ \pi(m+1, n+1)\mu \mathbb{1}_{\{m < C_1 \wedge n < C_2\}} + \pi(m-1, n)\lambda_1 \mathbb{1}_{\{m > 0\}} + \pi(m, n-1)\lambda_2 \mathbb{1}_{\{n > 0\}} \end{aligned}$$



(a) Nombre moyen d'unités dans la file 1



(b) Probabilité de blocage

pour $0 \leq m \leq C_1$ and $0 \leq n \leq C_2$. De plus, les probabilités satisfont la condition de normalisation, $\sum_{m=0}^{C_1} \sum_{n=0}^{C_2} \pi(m, n) = 1$. Ceci nous permet de déterminer une unique valeur de la probabilité $\pi(m, n)$. Ces probabilités stationnaires sont calculées facilement pour de petites valeurs C_1 et C_2 (voir plus loin). Pour de plus grandes valeurs, le nombre d'équations devient trop grand pour permettre l'utilisation de méthodes de résolution directes. Pour cette raison, nous nous sommes appuyés sur une méthode itérative, appelée GMRES (Generalized Minimum Residual), qui est particulièrement appropriée quand la matrice génératrice de la chaîne de Markov est *creuse*. La solution n'est pas exacte mais la méthode utilisée nous fournit de bons résultats en termes de vitesse et de précision.

3 Résultats numériques

Nous évaluons maintenant la performance numérique du processus kitting. La probabilité de perte des kits $p_1 = \sum_{n=0}^{C_2} \pi(C_1, n)$ et $p_2 = \sum_{m=0}^{C_1} \pi(m, C_2)$ dans les deux différentes files d'attente correspond aux probabilités de blocage des précédentes étapes de production. Si la file d'attente est saturée, aucune nouvelle unité ne peut être livrée. D'autre part, lorsqu'une ou les deux files d'attente sont vides, le processus kitting est bloqué. La probabilité est $q = \sum_{m=0}^{C_1} \pi(m, 0) + \sum_{n=1}^{C_2} \pi(0, n)$. La figure de droite nous présente cette probabilité. Quand la capacité de la file 2 augmente, le nombre moyen d'unités dans la file 1 diminue. Néanmoins, la différence de probabilité diminue quand la capacité de la file 1 augmente. La figure de gauche présente le nombre moyen d'unités dans une file d'attente. La moyenne de la file 1 augmente quand sa capacité augmente mais diminue quand la capacité de l'autre file d'attente augmente.

4 Conclusions et perspectives

Dans cet article nous avons étudié le processus kitting dans un cadre markovien. L'interaction entre les différentes files d'attente conduit à des comportements complexes de performance. La méthodologie numérique actuelle n'impose aucune restriction sur les différentes intensités, permettant de nombreuses extensions. Des travaux futurs comprendront la mise en place d'un environnement markovien aléatoire pour pouvoir modéliser la sporadicité dans les processus d'arrivée, des interruptions dans le processus kitting, une distribution "phase-type" du temps de montage des kits, des processus d'arrivée adaptés à la longueur de la file d'attente, etc.

Références

- [1] Johansson B. and Johansson M.I., *High automated kitting system for small parts - a case study from the Volvo Uddevalla plant*, Proceedings of the 23rd International Symposium on Automotive Technology and Automation, 75–82, 1990.
- [2] Ramakrishnan R. and Krishnamurthy A., *Analytical approximations for kitting systems with multiple inputs*, Asia-Pacific Journal of Operations Research 25(2) : 187 – 216, 2008.